Entropie einfach erklärt: Warum die Kaffeetasse nicht zurückspringt

WARUM DIE ZEIT NUR IN EINE RICHTUNG LÄUFT

Eine Tasse Kaffee rutscht vom Tisch, zerbricht, und der Kaffee versickert im Teppich. Das passiert ständig. Das Umgekehrte hat noch niemand gesehen: Kaffee, der sich aus dem Teppich sammelt, Scherben, die zusammenspringen, und eine volle Tasse, die zurück auf den Tisch hüpft. Verboten ist das nicht durch die Energieerhaltung. Die Wärme, die der Kaffee beim Abkühlen abgegeben hat, würde locker reichen, um ihn wieder hochzuheben. Es muss noch etwas anderes geben, das festlegt, in welche Richtung die Dinge laufen. Rudolf Clausius hat ihm 1865 einen Namen gegeben: Entropie, nach dem griechischen Wort für Verwandlung [1].

Seine Arbeit endet mit zwei berühmten Sätzen: „1) Die Energie der Welt ist constant. 2) Die Entropie der Welt strebt einem Maximum zu.“ [1] Das ist, in Kurzform, der erste und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik. Was Entropie eigentlich ist, verstand man erst, als man anfing, die möglichen Zustände von Atomen zu zählen, und richtig zählen kann man sie nur mit der Quantenphysik.

Wärme fließt bergab

Clausius dachte noch nicht an Atome. Er definierte die Entropie über Wärme und Temperatur: Fließt eine Wärmemenge Q umkehrbar in einen Körper der Temperatur T, wächst seine Entropie um Q/T [1]. Daraus folgt schon das Wichtigste. Gibt heißer Kaffee mit 80 °C, also 353 Kelvin, 1000 Joule an die Luft im Zimmer mit 20 °C ab, verliert er Entropie, und die Luft gewinnt welche, aber mehr. Näherungsweise, wenn man die beiden Temperaturen als fest betrachtet, gilt:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \quad \Rightarrow \quad \Delta S = -\frac{1000\,\mathrm{J}}{353\,\mathrm{K}} + \frac{1000\,\mathrm{J}}{293\,\mathrm{K}} \approx +0{,}58\,\mathrm{J/K} \tag{1}$$

Weil die Luft kälter ist, steht im Nenner eine kleinere Zahl, und die Entropie des Ganzen steigt (eigene Rechnung). Andersherum, von der kühlen Luft in den heißen Kaffee, würde sie sinken, und genau das geschieht von selbst nie. Der zweite Hauptsatz sagt nichts anderes: In einem abgeschlossenen System kann die Entropie zunehmen oder gleich bleiben, aber nicht abnehmen. Wärme fließt deshalb von warm nach kalt, so wie Wasser bergab.

Boltzmann zählt Möglichkeiten

Was Entropie im Innersten ist, erkannte Ludwig Boltzmann, damals Professor in Graz, im Jahr 1877. Ein Stück Materie lässt sich auf zwei Ebenen beschreiben. Grob, mit Temperatur, Druck und Volumen, und fein, mit dem genauen Zustand jedes einzelnen Atoms. Zu ein und demselben groben Zustand gehören meist unvorstellbar viele feine Zustände, und genau diese Anzahl *W* misst die Entropie [2]. Max Planck schrieb den Zusammenhang 1901 als Formel auf, damals noch mit einer zusätzlichen Konstante, und führte dabei die Konstante *k* ein, die heute Boltzmann-Konstante heißt [3],[4]. In dieser Form steht die Formel auf Boltzmanns Grabstein in Wien:

$$S = k_B \cdot \ln W, \qquad k_B = 1{,}380649 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K} \tag{2}$$

Ein Gedankenexperiment zeigt, warum daraus eine Richtung wird. In einem Kasten mit einer gedachten Trennlinie in der Mitte fliegen vier Teilchen herum. Dass alle vier links sind, lässt sich auf genau eine Weise verwirklichen, eine Aufteilung von zwei zu zwei dagegen auf sechs Weisen (Abb. 1). Bei 100 Teilchen gibt es für die gleichmäßige Aufteilung schon rund 10^{29} Möglichkeiten, für „alle links“ weiterhin nur eine. Die Wahrscheinlichkeit, alle 100 Teilchen zufällig links anzutreffen, liegt bei 2^{-100}, das sind etwa $8 \cdot 10^{-31}$ (eigene Rechnung). Ein Liter Luft enthält bei Zimmertemperatur rund $2{,}5 \cdot 10^{22}$ Moleküle. Dass sich die Luft in Ihrem Zimmer von selbst in eine Ecke zurückzieht, ist deshalb nicht verboten, aber so unwahrscheinlich, dass es praktisch nie vorkommt, auch nicht im Laufe der gesamten Geschichte des Universums.

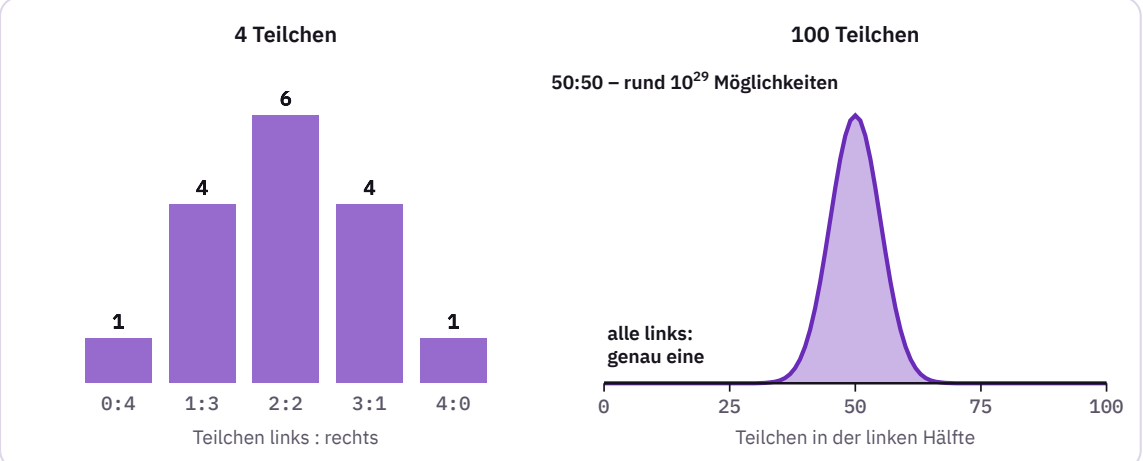

Abb. 1: Anzahl der Möglichkeiten (Mikrozustände) für die Aufteilung von Teilchen auf zwei Hälften eines Kastens. Eigene Berechnung und Darstellung nach [2].

Für die Kaffeetasse gilt dasselbe. Damit sie zurückspringt, müssten sich die ungeordnet zitternden Atome in Teppich, Kaffee und Scherben alle im selben Moment im Gleichtakt in die richtige Richtung bewegen. Es gibt dafür nur wenige feine Zustände, für das ungeordnete Zittern dagegen unermesslich viele. Der zweite Hauptsatz ist kein Verbot,

sondern eine Aussage über Wahrscheinlichkeiten, die bei so vielen Teilchen zur Gewissheit werden. Das oft benutzte Wort „Unordnung“ trifft es übrigens nur ungefähr. Genauer ist Entropie ein Maß dafür, wie viele Möglichkeiten es gibt.

Wo die Quanten ins Spiel kommen

Boltzmanns Formel hat eine Lücke, und die kann nur die Quantenphysik schließen. Um die Möglichkeiten W zu zählen, muss man wissen, wie fein man unterscheiden darf. In der klassischen Physik kann ein Atom unendlich viele verschiedene Orte und Geschwindigkeiten haben, und man kann Entropie nur bis auf eine willkürliche Konstante angeben. Die Quantenphysik beendet diese Willkür. Ein Teilchen in einem begrenzten Raum hat nur bestimmte, abzählbare Zustände, und wie dicht sie liegen, legt das Plancksche Wirkungsquantum fest (warum das so ist, steht unter Was sind Quanten?). Otto Sackur und Hugo Tetrode zeigten 1911 bis 1913 unabhängig voneinander, dass man damit die absolute Entropie eines einatomigen Gases ausrechnen kann und dass die Ergebnisse zu Messungen an Quecksilberdampf passen [5],[6],[7].

Noch eine zweite Quanteneigenschaft steckt in der Zählung. Zwei Atome desselben Heliumisotops, etwa Helium-4, sind nicht nur gleich, sie sind grundsätzlich ununterscheidbar. Vertauscht man sie, entsteht kein neuer Zustand, und wer das beim Zählen vergisst, bekommt falsche Entropien. Was Josiah Willard Gibbs dafür noch ohne Begründung als Korrektur einführen musste, begründet die Quantenphysik. Was Ununterscheidbarkeit bedeutet und warum es dabei zwei Familien von Teilchen gibt, erklärt der Artikel über Fermionen und Bosonen.

Und schließlich der dritte Hauptsatz. Walther Nernst stellte 1906, gestützt auf Daten zu chemischen Reaktionen, sein Wärmetheorem auf. In heutiger Sprache besagt es, dass die Entropieänderungen bei Umwandlungen fester und flüssiger Stoffe gegen null gehen, wenn sich die Temperatur dem absoluten Nullpunkt nähert [8]. Quantenmechanisch ist das leicht zu verstehen. Kühlt man einen Stoff immer weiter ab, landet er schließlich in seinem tiefsten Energiezustand. Gibt es davon nur einen, ist $W = 1$ und die Entropie null. In der klassischen Physik gibt es dagegen keinen natürlichen Nullpunkt der Entropie. Klassisch gerechnet fiele sie bei Annäherung an den absoluten Nullpunkt sogar unbegrenzt ab, und die Wärmekapazität bliebe endlich, beides im Widerspruch zu den Messungen.

Die Grenze jeder Wärmekraftmaschine

Praktisch am wichtigsten ist der zweite Hauptsatz für alle Maschinen, die Wärme in Arbeit verwandeln: Dampfturbinen, Automotoren, Kraftwerke. Mit der Wärme fließt Entropie in die Maschine (Abb. 2). Arbeit, etwa der Strom aus einem Generator, trägt keine Entropie fort. Also muss die Maschine einen Teil der Wärme an ein kälteres Reservoir abgeben, Kühlwasser oder die Umgebungsluft, um die Entropie wieder loszuwerden. Sadi Carnot erkannte schon 1824, noch ohne den Begriff der Entropie, dass der größtmögliche

Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine nur von den beiden Temperaturen abhängt [9]. Die Formel dafür konnten nach Einführung der absoluten Temperaturskala William Thomson (Lord Kelvin) und Clausius angeben:

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_k}{T_h} \quad \Rightarrow \quad 1 - \frac{303\,\text{K}}{873\,\text{K}} \approx 65\,\% \tag{3}$$

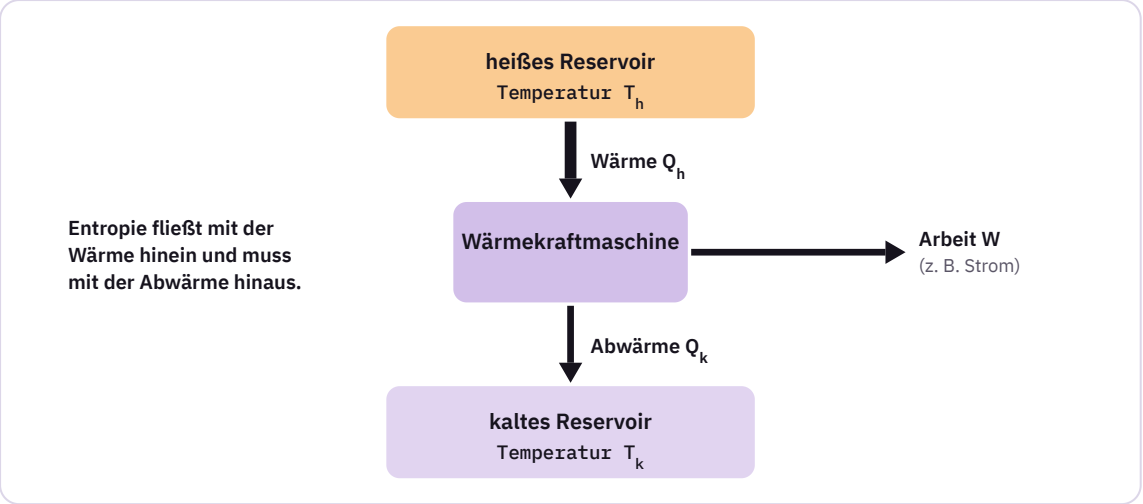

Abb. 2: Prinzip einer Wärmekraftmaschine. Ein Teil der Wärme muss als Abwärme an ein kälteres Reservoir gehen, weil die abgegebene Arbeit keine Entropie mitnimmt. Schematische eigene Darstellung.

Die Temperaturen müssen dabei in Kelvin eingesetzt werden. Für eine Dampfturbine mit 600 °C heißem Dampf, also 873 Kelvin, und Kühlwasser von 30 °C ergeben sich höchstens 65 Prozent (eigene Rechnung). Echte Kraftwerke bleiben darunter, weil keine Maschine völlig umkehrbar arbeitet. Die Grenze gilt für jede Maschine, die zwischen zwei Temperaturen arbeitet, ganz gleich, wie raffiniert sie gebaut ist.

Entropie, Information und Quantenmaschinen

Entropie hat auch mit Information zu tun. Claude Shannon führte 1948 eine Größe ein, die misst, wie viel man über eine Nachricht nicht weiß, und sie hat dieselbe mathematische Form wie die Entropie der statistischen Physik, wie sie Boltzmann und Gibbs formuliert hatten [10]. Rolf Landauer zeigte 1961 eine handfeste Folgerung aus der Thermodynamik: Wer ein Bit Information löscht, muss mindestens die Wärme $k_B T \cdot \ln 2$ an die Umgebung abgeben, bei Raumtemperatur etwa $3 \cdot 10^{-21}$ Joule [11]. 2012 wurde diese Grenze an einem einzelnen Quarzglaskügelchen in einer Lichtfalle gemessen [12]. Heutige Computerchips verbrauchen pro Rechenschritt noch viel mehr, aber die Untergrenze ist echt.

Mit Quantenobjekten lassen sich inzwischen winzige Wärmekraftmaschinen bauen. 2016 betrieb eine Gruppe in Mainz eine Maschine, deren Arbeitsmedium ein einziges Calcium-

Ion war [13]. Theoretisch hatten Marlan Scully und Kollegen schon 2003 gezeigt, dass eine Maschine sogar aus einem einzigen Wärmereservoir Arbeit gewinnen könnte, wenn die Atome dieses Reservoirs eine winzige quantenmechanische Kohärenz tragen [14]. Ein Widerspruch zum zweiten Hauptsatz ist das nach Aussage der Autoren nicht, denn die Kohärenz muss erst mit Energie aus einer äußeren Quelle hergestellt werden [14]. Der zweite Hauptsatz hat bisher jede Prüfung bestanden, auch in der Welt der Quanten. In sehr kleinen Systemen kann die Entropie kurzzeitig sogar sinken, wie Messungen an winzigen Kügelchen in einer Lichtfalle gezeigt haben [15]. Im Mittel gilt der zweite Hauptsatz aber auch dort.

Quellen

1. R. Clausius: *Ueber verschiedene für die Anwendung bequeme Formen der Hauptgleichungen der mechanischen Wärmetheorie.* In: Annalen der Physik 201 (1865), S. 353–400, doi:10.1002/andp.18652010702.
2. L. Boltzmann: *Über die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung respective den Sätzen über das Wärmegleichgewicht.* In: Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Classe 76 (1877), S. 373–435.
3. M. Planck: *Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum.* In: Annalen der Physik 309 (1901), S. 553–563, doi:10.1002/andp.19013090310.
4. P. J. Mohr, D. B. Newell, B. N. Taylor, E. Tiesinga: *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2022.* In: Reviews of Modern Physics 97 (2025), 025002, doi:10.1103/RevModPhys.97.025002.
5. O. Sackur: *Die Anwendung der kinetischen Theorie der Gase auf chemische Probleme.* In: Annalen der Physik 341 (1911), S. 958–980, doi:10.1002/andp.19113411505.
6. H. Tetrode: *Die chemische Konstante der Gase und das elementare Wirkungsquantum.* In: Annalen der Physik 343 (1912), S. 434–442, doi:10.1002/andp.19123430708.
7. O. Sackur: *Die universelle Bedeutung des sog. elementaren Wirkungsquantums.* In: Annalen der Physik 345 (1913), S. 67–86, doi:10.1002/andp.19133450103.
8. W. Nernst: *Über die Berechnung chemischer Gleichgewichte aus thermischen Messungen.* In: Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse 1906, S. 1–40.
9. S. Carnot: *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance.* Bachelier, Paris 1824.

10. C. E. Shannon: *A Mathematical Theory of Communication.* In: Bell System Technical Journal 27 (1948), S. 379–423, doi:10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x.
11. R. Landauer: *Irreversibility and Heat Generation in the Computing Process.* In: IBM Journal of Research and Development 5 (1961), S. 183–191, doi:10.1147/rd.53.0183.
12. A. Bérut, A. Arakelyan, A. Petrosyan, S. Ciliberto, R. Dillenschneider, E. Lutz: *Experimental verification of Landauer's principle linking information and thermodynamics.* In: Nature 483 (2012), S. 187–189, doi:10.1038/nature10872.
13. J. Roßnagel, S. T. Dawkins, K. N. Tolazzi, O. Abah, E. Lutz, F. Schmidt-Kaler, K. Singer: *A single-atom heat engine.* In: Science 352 (2016), S. 325–329, doi:10.1126/science.aad6320.
14. M. O. Scully, M. S. Zubairy, G. S. Agarwal, H. Walther: *Extracting Work from a Single Heat Bath via Vanishing Quantum Coherence.* In: Science 299 (2003), S. 862–864, doi:10.1126/science.1078955.
15. G. M. Wang, E. M. Sevick, E. Mittag, D. J. Searles, D. J. Evans: *Experimental Demonstration of Violations of the Second Law of Thermodynamics for Small Systems and Short Time Scales.* In: Physical Review Letters 89 (2002), 050601, doi:10.1103/PhysRevLett.89.050601.

Zitiervorschlag

```
quanten.de: Entropie einfach erklärt: Warum die Kaffeetasse
nicht zurückspringt. Stand: Oktober 2026. URL:
https://quanten.de/entropie.php (PDF:
https://quanten.de/pdf/entropie.pdf)
```

Texte und Abbildungen © 2026 quanten.de. Nutzung mit Quellenangabe und Link gern, kommerzielle Nutzung nach Absprache: info@quanten.de

Weiterlesen: Fermionen und Bosonen · Was sind Quanten? · 100 Jahre Quantenmechanik