Fermionen und Bosonen einfach erklärt

SPIN UND QUANTENSTATISTIK · EINFACH ERKLÄRT

Warum fällt man eigentlich nicht durch den Stuhl, auf dem man sitzt? Die naheliegende Antwort, der Stuhl sei eben fest, schiebt die Frage nur ein Stück weiter, denn warum lassen sich seine Atome nicht einfach zusammenpressen? Die Physik findet die Antwort in einer Eigenschaft, die alle Teilchen der Welt in zwei Familien teilt. Die einen sind Einzelgänger, von denen nie zwei genau denselben Zustand einnehmen; man nennt sie **Fermionen**, nach Enrico Fermi. Die anderen, die **Bosonen**, benannt nach Satyendra Nath Bose, benehmen sich eher wie Herdentiere und drängen sich am liebsten alle im selben Zustand zusammen. An diesem Unterschied hängt, dass es ein Periodensystem gibt, dass Laserlicht so gleichförmig ist und dass man Atome bei tiefsten Temperaturen zu einer einzigen großen Materiewelle verschmelzen kann.

Halbzahlig oder ganzzahlig

Welcher Familie ein Teilchen angehört, verrät sein **Spin**, ein fester Eigendrehimpuls, den jedes Teilchen mitbringt und der auch null sein kann. Gern stellt man ihn sich als Drehung um die eigene Achse vor. Das Bild hinkt allerdings, denn ein Elektron ist nach allem, was man weiß, punktförmig und dreht sich nicht wie ein Kreisel. Der Spin ist eine eigene Quanteneigenschaft, die sich lediglich wie ein Drehimpuls verhält und bei vielen Teilchen, etwa dem Elektron, mit einem kleinen magnetischen Moment verbunden ist. Er ist gequantelt, man gibt ihn in Vielfachen von $\hbar$ an, dem durch 2π geteilten Planckschen Wirkungsquantum. Dass sein Wert über das Verhalten eines Teilchens entscheidet, hat Wolfgang Pauli 1940 begründet [1], und die Regel ist erfreulich schlicht, halbzahliger Spin bedeutet Fermion, ganzzahliger Boson.

	Spin	Beispiele
Fermionen	halbzahlig: ½, 3/2, …	Elektron, Proton, Neutron, Quarks, Neutrinos; Atome wie Helium-3
Bosonen	ganzzahlig: 0, 1, 2, …	Photon, Gluonen, W- und Z-Teilchen, Higgs-Teilchen; Atome wie Helium-4 oder Rubidium-87

Bei zusammengesetzten Teilchen genügt es, die Fermionen darin zu zählen. Ist ihre Zahl gerade, verhält sich das Ganze wie ein Boson, ist sie ungerade, wie ein Fermion. Ein Helium-4-Atom mit seinen 2 Protonen, 2 Neutronen und 2 Elektronen bringt es auf 6

Fermionen und ist deshalb ein Boson, während Helium-3, dem ein Neutron fehlt, zu den Fermionen gehört. Chemisch sind die beiden fast gleich, bei tiefen Temperaturen verhalten sie sich völlig verschieden. Man liest manchmal, Fermionen seien die Materie und Bosonen die Kräfte. Für die Elementarteilchen stimmt das grob, aber Helium-4- oder Rubidium-87-Atome sind ganz normale Materie und trotzdem Bosonen.

Ein Minuszeichen mit Folgen

Woher kommt die Ungeselligkeit der Fermionen? Die Quantenmechanik hält zwei Elektronen nicht bloß für gleich, sie hält sie für ununterscheidbar, man kann ihnen also keine Namensschilder anheften. Vertauscht man sie, darf sich an allem, was sich messen lässt, nichts ändern. Die Wellenfunktion ψ selbst hat dabei aber einen kleinen Spielraum, sie darf ihr Vorzeichen wechseln, und an genau diesem Vorzeichen scheiden sich die beiden Familien [2],[3]:

$$\psi(x_2, x_1) = \pm\,\psi(x_1, x_2) \quad (+ \text{ für Bosonen}, - \text{ für Fermionen}) \tag{1}$$

Was das Minus anrichtet, sieht man, wenn man zwei Fermionen auf zwei Zustände a und b verteilt:

$$\psi(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big[\varphi_a(x_1)\varphi_b(x_2) - \varphi_b(x_1)\varphi_a(x_2)\Big] \tag{2}$$

Sollen beide Fermionen im selben Zustand sitzen, setzt man also $a = b$, dann heben sich die beiden Terme gegenseitig auf, die Wellenfunktion wird null, und einen solchen Zustand gibt es nicht. Damit steht das **Pauli-Prinzip** in einer einzigen Zeile da. Pauli selbst war 1925 auf ganz anderem Weg darauf gekommen, er hatte es aus den Spektren der Atome erschlossen [4]. Erst 1926 übersetzten Werner Heisenberg und Paul Dirac es in die Sprache der Wellenfunktion [2],[3], und Enrico Fermi und Dirac leiteten daraus ab, wie sich ein Gas aus Fermionen verhält [5],[3]. Bei Bosonen steht an derselben Stelle ein Plus, und so hindert sie nichts daran, sich im selben Zustand zu sammeln (Abb. 1).

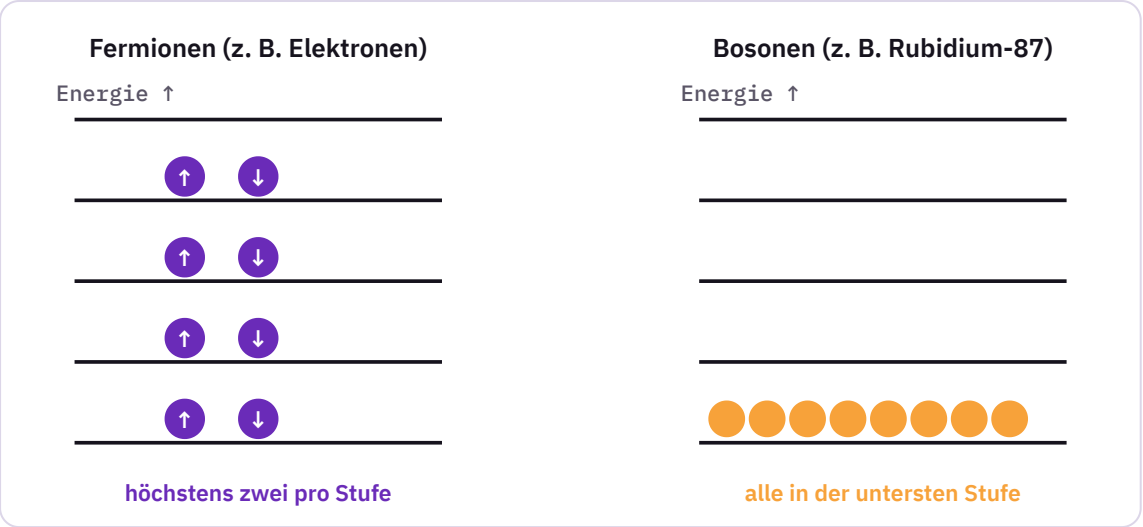

Abb. 1: Acht Teilchen nahe dem absoluten Nullpunkt. Fermionen mit Spin ½ füllen die Energiestufen von unten auf, höchstens zwei pro Stufe, eines mit Spin nach oben und eines nach unten. Bosonen sammeln sich alle in der untersten Stufe. Eigene schematische Darstellung.

Für die Elektronen eines Atoms heißt das, dass sie sich nicht alle in die energetisch günstigste Schale drängen können und nach und nach immer höhere Schalen besetzen müssen. Daraus ergeben sich die Perioden des Periodensystems und mit ihnen die gesamte Chemie. Hier liegt auch die Antwort auf die Frage vom Anfang. Weil das Pauli-Prinzip verhindert, dass sich Atome beliebig zusammenpressen lassen, ist gewöhnliche Materie stabil, was Freeman Dyson und Andrew Lenard 1967 mathematisch bewiesen haben [6]; ohne das Prinzip wäre sie es nicht. Dass Ihr Stuhl Sie trägt, ist also letztlich eine Folge der Fermi-Statistik.

Im Weltall wirkt dieselbe Abstoßung in ganz anderem Maßstab. Wenn ein Stern wie die Sonne ausgebrannt ist, bleibt ein Weißer Zwerg zurück, in dem allein der Druck der zusammengepressten Elektronen der Schwerkraft standhält. Subrahmanyan Chandrasekhar rechnete 1931 aus, dass das nur bis zu einer Höchstmasse funktioniert [7], die man heute nach ihm Chandrasekhar-Grenze nennt.

Boses Brief an Einstein

Die Geschichte der Herdentiere beginnt mit einem Brief. 1924 schickte der junge indische Physiker Satyendra Nath Bose Albert Einstein eine neue Herleitung des Planckschen Strahlungsgesetzes, in der er Lichtquanten auf ungewohnte Weise abzählte. Einstein übersetzte die Arbeit ins Deutsche und sorgte dafür, dass sie erschien [8]. Dann übertrug er Boses Idee auf Atome und sagte 1925 voraus, dass sich in einem Gas aus Bosonen, wenn man es nur weit genug abkühlt, plötzlich ein großer Teil der Atome im untersten Zustand sammelt [9]. Diesen neuen Zustand der Materie nennt man heute **Bose-Einstein-Kondensat**.

Aber wie weit ist weit genug? Anschaulich hilft die Vorstellung, dass jedes Atom eine Materiewelle besitzt, deren Länge mit sinkender Temperatur wächst. Sobald die Wellen benachbarter Atome so lang sind wie ihr Abstand, beginnen sie sich zu überlappen und verschmelzen zu einer gemeinsamen Welle (Abb. 2). Für ein ideales Gas mit *n* Atomen pro Volumen hat Einstein die Bedingung angegeben [9]:

$$n \cdot \lambda_{\mathrm{th}}^{\,3} \gtrsim 2{,}612, \qquad \lambda_{\mathrm{th}} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k T}} \tag{3}$$

Dabei ist λ_{th} die thermische De-Broglie-Wellenlänge, m die Masse eines Atoms und k die Boltzmann-Konstante. Was das in Zahlen heißt, zeigt eine eigene Überschlagsrechnung nach Gleichung (3). Ein Rubidium-87-Atom hat bei Zimmertemperatur, also bei 300 K, eine thermische Wellenlänge von $\lambda_{\mathrm{th}} \approx 0{,}01$ Nanometer, viel weniger, als das Atom selbst groß ist. Bei 170 Milliardstel Kelvin, der Temperatur, bei der 1995 das erste Kondensat auftauchte [10], sind es dagegen $\lambda_{\mathrm{th}} \approx 0{,}45$ Mikrometer, rund vierzigtausendmal mehr und ungefähr so viel wie der Abstand zwischen den Atomen in den sehr dünnen Gaswolken solcher Experimente. Dort beginnen sich die Wellen benachbarter Atome also tatsächlich zu überlappen.

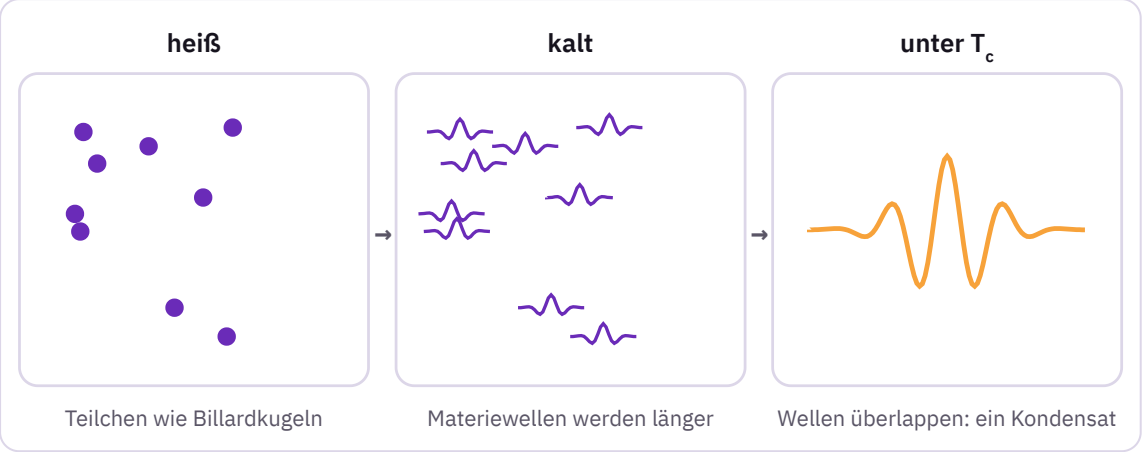

Abb. 2: Vom Gas zum Kondensat: Mit sinkender Temperatur werden die Materiewellen der Atome länger, unterhalb der kritischen Temperatur T_c verschmelzen sie zu einer gemeinsamen Welle. Eigene schematische Darstellung.

Siebzig Jahre lang gelang es niemandem, ein Gas aus Atomen kalt und zugleich dicht genug zu machen, ohne dass es vorher fest wurde. Erst 1995 schafften es Eric Cornell und Carl Wieman in Boulder mit rund 2000 Rubidium-Atomen [10], wenige Monate später Wolfgang Ketterle am MIT mit bis zu 500 000 Natrium-Atomen [11], und die drei erhielten dafür 2001 den Physik-Nobelpreis [12]. Am absoluten Nullpunkt, wie man gelegentlich liest, entstehen solche Kondensate übrigens nicht, denn den kann man gar nicht erreichen. Kondensate aus Atomgasen bilden sich knapp darüber, typischerweise zwischen etwa hundert Milliardstel und einigen Millionstel Kelvin [10],[11]. Im selben Jahr wie der

Nobelpreis gelang einer Gruppe um Jakob Reichel und Theodor Hänsch in München ein Kondensat auf einem Mikrochip [13], fast gleichzeitig auch in Tübingen [14].

Ganz unbekannt war das Herdenverhalten der Bosonen vor 1995 freilich nicht, verwandte Erscheinungen kannte man schon lange. Flüssiges Helium-4 wird unterhalb von etwa 2,2 Kelvin **supraflüssig** und fließt dann ohne Reibung, wie Pjotr Kapiza sowie John Allen und Don Misener 1938 entdeckten [15],[16]. Und auch jeder Laser ist ein Bosonen-Phänomen, weil sich seine Photonen in großer Zahl im selben Zustand befinden.

Wenn Einzelgänger Paare bilden

Können Fermionen also nie kondensieren? Einzeln nicht. Schließen sich aber zwei von ihnen zu einem Paar zusammen, ist dieses Paar ein Boson, und für Bosonen gilt das Pauli-Verbot nicht. Grob vereinfacht ist das der Mechanismus der Supraleitung, bei der sich Elektronen zu Paaren verbinden. Mit ultrakalten Atomen sind Deborah Jin und ihre Kollegen in Boulder diesen Weg Schritt für Schritt gegangen. 1999 kühlten sie zunächst ein Gas aus fermionischen Atomen so weit ab, dass das Pauli-Prinzip sein Verhalten bestimmt [17], 2003 brachten sie solche Atome als Moleküle zur Kondensation [18] und 2004 auch als lose gebundene Paare [19].

Quellen

1. W. Pauli: *The Connection Between Spin and Statistics.* In: Physical Review 58 (1940), S. 716–722, doi:10.1103/PhysRev.58.716.
2. W. Heisenberg: *Mehrkörperproblem und Resonanz in der Quantenmechanik.* In: Zeitschrift für Physik 38 (1926), S. 411–426, doi:10.1007/BF01397160.
3. P. A. M. Dirac: *On the Theory of Quantum Mechanics.* In: Proceedings of the Royal Society of London A 112 (1926), S. 661–677, doi:10.1098/rspa.1926.0133.
4. W. Pauli: *Über den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronengruppen im Atom mit der Komplexstruktur der Spektren.* In: Zeitschrift für Physik 31 (1925), S. 765–783, doi:10.1007/BF02980631.
5. E. Fermi: *Zur Quantelung des idealen einatomigen Gases.* In: Zeitschrift für Physik 36 (1926), S. 902–912, doi:10.1007/BF01400221.
6. F. J. Dyson, A. Lenard: *Stability of Matter. I.* In: Journal of Mathematical Physics 8 (1967), S. 423–434, doi:10.1063/1.1705209.
7. S. Chandrasekhar: *The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs.* In: The Astrophysical Journal 74 (1931), S. 81–82, doi:10.1086/143324.
8. S. N. Bose: *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese.* In: Zeitschrift für Physik 26 (1924), S. 178–181, doi:10.1007/BF01327326.

9. A. Einstein: *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung.* In: Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, physikalisch-mathematische Klasse 1925, S. 3–14.
10. M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell: *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor.* In: Science 269 (1995), S. 198–201, doi:10.1126/science.269.5221.198.
11. K. B. Davis u. a.: *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms.* In: Physical Review Letters 75 (1995), S. 3969–3973, doi:10.1103/PhysRevLett.75.3969.
12. Nobel Prize Outreach: *The Nobel Prize in Physics 2001* (E. A. Cornell, W. Ketterle, C. E. Wieman). nobelprize.org/prizes/physics/2001.
13. W. Hänsel, P. Hommelhoff, T. W. Hänsch, J. Reichel: *Bose–Einstein condensation on a microelectronic chip.* In: Nature 413 (2001), S. 498–501, doi:10.1038/35097032.
14. H. Ott, J. Fortágh, G. Schlotterbeck, A. Grossmann, C. Zimmermann: *Bose-Einstein Condensation in a Surface Microtrap.* In: Physical Review Letters 87 (2001), 230401, doi:10.1103/PhysRevLett.87.230401.
15. P. Kapitza: *Viscosity of Liquid Helium below the λ-Point.* In: Nature 141 (1938), S. 74, doi:10.1038/141074a0.
16. J. F. Allen, A. D. Misener: *Flow of Liquid Helium II.* In: Nature 141 (1938), S. 75, doi:10.1038/141075a0.
17. B. DeMarco, D. S. Jin: *Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas.* In: Science 285 (1999), S. 1703–1706, doi:10.1126/science.285.5434.1703.
18. M. Greiner, C. A. Regal, D. S. Jin: *Emergence of a molecular Bose–Einstein condensate from a Fermi gas.* In: Nature 426 (2003), S. 537–540, doi:10.1038/nature02199.
19. C. A. Regal, M. Greiner, D. S. Jin: *Observation of Resonance Condensation of Fermionic Atom Pairs.* In: Physical Review Letters 92 (2004), 040403, doi:10.1103/PhysRevLett.92.040403.

Zitiervorschlag

quanten.de: *Fermionen und Bosonen einfach erklärt.* Stand: Oktober 2026. URL: https://quanten.de/fermionen_bosonen.html (PDF: https://quanten.de/pdf/fermionen_bosonen.pdf)

Texte und Abbildungen © 2026 quanten.de. Nutzung mit Quellenangabe und Link gern, kommerzielle Nutzung nach Absprache: info@quanten.de

Mehr auf quanten.de: Was sind Quanten? · 100 Jahre Quantenmechanik · Quantengravitation

---

Online-Fassung mit aktualisierten Quellen: https://quanten.de/fermionen_bosonen.html