Das Plancksche Wirkungsquantum: die Zahl, an der das Kilogramm hängt

WERT, EINHEIT UND H QUER

Bis zum Frühjahr 2019 war ein Kilogramm so schwer wie ein kleiner Zylinder aus Platin und Iridium, der im Internationalen Büro für Maß und Gewicht in Sèvres bei Paris aufbewahrt wird. Seit dem 20. Mai 2019 ist das anders [1]. Seitdem hängt das Kilogramm an einer Zahl, die Max Planck im Jahr 1900 eingeführt hat, um die Strahlung glühender Körper zu erklären [2]:

$$h = 6{,}626\,070\,15 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s} \qquad (\text{exakt}) \tag{1}$$

Dieser Wert ist nicht mehr gemessen, sondern festgelegt, mit genau diesen neun Ziffern und ohne jede Unsicherheit [1],[3]. Wer heute ein Kilogramm bestimmen will, misst im Grunde, wie sich eine Masse zum Wirkungsquantum verhält. Wie das geht, und warum eine so winzige Zahl zugleich die Quantenwelt regiert, zeigt dieser Artikel. Die Geschichte ihrer Entdeckung erzählt das Porträt von Max Planck.

Was eine Wirkung ist

Die Einheit von *h* ist die Joulesekunde, also Energie mal Zeit. In Grundeinheiten geschrieben ist das Kilogramm mal Quadratmeter pro Sekunde, und das ist zugleich die Einheit des Drehimpulses. Physiker nennen eine Größe dieser Art eine Wirkung [1]. Daher der Name Wirkungsquantum.

Am bekanntesten ist *h* als Umrechnungsfaktor zwischen Frequenz und Energie: Licht der Frequenz *f* tauscht Energie nur in Portionen $E = hf$ aus. Was das für Licht bedeutet, erklären die Artikel Was sind Quanten? und Was ist ein Photon? Wer in Elektronenvolt rechnet, nimmt den Wert 4,135 667 696… · 10^{-15} Elektronenvolt pro Hertz [3]. Planck selbst kam 1900 auf 6,55 · 10^{-27} erg · s, in heutigen Einheiten 6,55 · 10^{-34} Joulesekunden [2],[4]. Das liegt nur 1,1 Prozent unter dem heutigen Wert (eigene Rechnung), erstaunlich gut für eine Konstante, die er aus Messungen der Wärmestrahlung herausgezogen hatte.

h quer: das Wirkungsquantum durch 2π

In vielen Formeln steht statt *h* ein *h* mit Querstrich, gesprochen „h quer“. Es ist das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}054\,571\,817\,\ldots \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}, \qquad E = hf = \hbar\omega \tag{2}$$

Der Wert folgt aus dem von *h* und ist damit ebenfalls exakt, nur hat er unendlich viele Nachkommastellen [3]. Der Faktor 2π ist im Wesentlichen eine Frage der Bequemlichkeit. Physiker beschreiben Schwingungen und Drehungen lieber mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ statt mit der Frequenz *f*, und dann schreibt sich $E = hf$ kürzer als $E = \hbar\omega$. Ähnlich ist es beim Drehimpuls. Niels Bohr nahm 1913 in seinem Atommodell an, dass der Drehimpuls eines Elektrons auf seiner Bahn nur Vielfache von $h/2\pi$ annehmen kann [5], in heutiger Schreibweise Vielfache von $\hbar$. Mehr dazu im Artikel über die Atommodelle.

Wie sehr *h* und $\hbar$ die ganze Quantenphysik durchziehen, zeigt eine kleine Auswahl:

Wo *h* auftaucht	Formel	Bedeutung
Energie eines Lichtquants	$E = hf$ [2]	Licht der Frequenz *f* tauscht Energie nur in Portionen aus
Materiewelle	$\lambda = h/p$ [6]	Jedes Teilchen mit dem Impuls *p* hat eine Wellenlänge
Unschärferelation	$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$ [7]	Ort und Impuls sind nie zugleich beliebig genau festgelegt
Drehimpuls im Atom	$L = n \cdot \hbar$ [5]	Bohrs Bedingung für die erlaubten Elektronenbahnen
Josephson-Effekt	$K_\mathrm{J} = 2e/h \approx 483\,598$ GHz/V [3]	verknüpft Spannung und Frequenz in Supraleitern
Quanten-Hall-Effekt	$R_\mathrm{K} = h/e^2 \approx 25\,813\ \Omega$ [3]	gequantelter elektrischer Widerstand

e ist die Elementarladung. Die Zahlenwerte von K_J und R_K sind seit 2019 exakt.

Warum man vom Wirkungsquantum im Alltag nichts merkt

Die Unschärferelation aus der Tabelle zeigt am deutlichsten, wo die Quantenwelt beginnt. Stellt man sie nach der Geschwindigkeit um, gilt für ein Teilchen der Masse *m*, dessen Ort man auf Δx genau kennt:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad \Rightarrow \quad \Delta v \geq \frac{\hbar}{2m \cdot \Delta x} \tag{3}$$

Für ein Elektron, das in einem Atom auf etwa 0,1 Nanometer eingesperrt ist, ergibt das eine Unschärfe der Geschwindigkeit von mindestens rund 580 Kilometern pro Sekunde. Das Elektron kann im Atom gar nicht stillsitzen. Ein Staubkorn von einem Mikrogramm, dessen Lage man auf einen Mikrometer genau kennt, hat dagegen eine Mindestunschärfe von $5 \cdot 10^{-20}$ Metern pro Sekunde, viel zu wenig, um sie je zu bemerken (beides eigene Rechnungen mit dem Wert von $\hbar$[3]). Der Unterschied liegt nur in der Masse und im Maßstab. Die Quantenphysik gilt für beide, aber h ist so klein, dass sie sich erst bei sehr leichten Teilchen auf sehr kleinem Raum bemerkbar macht. Mehr dazu im Artikel über die Unschärferelation.

Bei der Materiewelle ist es dasselbe. Ein Elektron, das eine Spannung von 100 Volt durchlaufen hat, hat nach $\lambda = h/p$ eine Wellenlänge von 0,12 Nanometern (eigene Rechnung). Das liegt in der Größenordnung der Atomabstände in Kristallen, bei Silizium misst die Gitterkonstante 0,54 Nanometer[3], und deshalb werden Elektronen an Kristallen gebeugt wie Licht an einem Gitter. Ein Fußball mit 20 Metern pro Sekunde kommt auf $8 \cdot 10^{-35}$ Meter, eine Länge ohne jede Bedeutung für das Spiel (eigene Rechnung). Wie man die Wellennatur von Teilchen nachgewiesen hat, steht im Artikel über den Welle-Teilchen-Dualismus.

Ein Zylinder in Sèvres verliert die Kontrolle

Warum aber sollte man ausgerechnet das Kilogramm an eine Konstante der Quantenphysik binden? 1889 hatte die erste Generalkonferenz für Maß und Gewicht den Urkilogramm-Zylinder zum Maß aller Massen erklärt. Zugleich wurden ähnliche Kopien angefertigt und als nationale Prototypen an die Mitgliedsstaaten verteilt. Bei der zweiten Überprüfung 1946 zeigte sich, dass die Massen dieser Kopien im Mittel gegenüber dem Original auseinanderdrifteten. Bei der dritten Überprüfung von 1989 bis 1991 betrug der mittlere Unterschied etwa 25 Mikrogramm[1], so viel wie ein Quarzkörnchen von einem Viertelmillimeter Durchmesser (eigene Rechnung). Welcher Zylinder sich verändert hatte, das Original oder die Kopien, ließ sich durch Wägen allein nicht sagen, denn das Original war ja per Definition genau ein Kilogramm.

Die Lösung war, die Rollen zu tauschen. Bis 2019 war die Masse des Zylinders exakt festgelegt und h musste gemessen werden. Seitdem ist h exakt festgelegt, und die Masse des Zylinders muss gemessen werden[1]. Beschlossen hat das die 26. Generalkonferenz im November 2018, in Kraft ist es seit dem 20. Mai 2019[1]. Den Zahlenwert wählte man so, dass sich am Kilogramm nichts änderte: Er entspricht den besten Messungen jener Zeit, die eine relative Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-8}$ erreicht hatten[1],[8]. Abb. 1 zeigt, wie lange es gedauert hat, bis man so weit war.

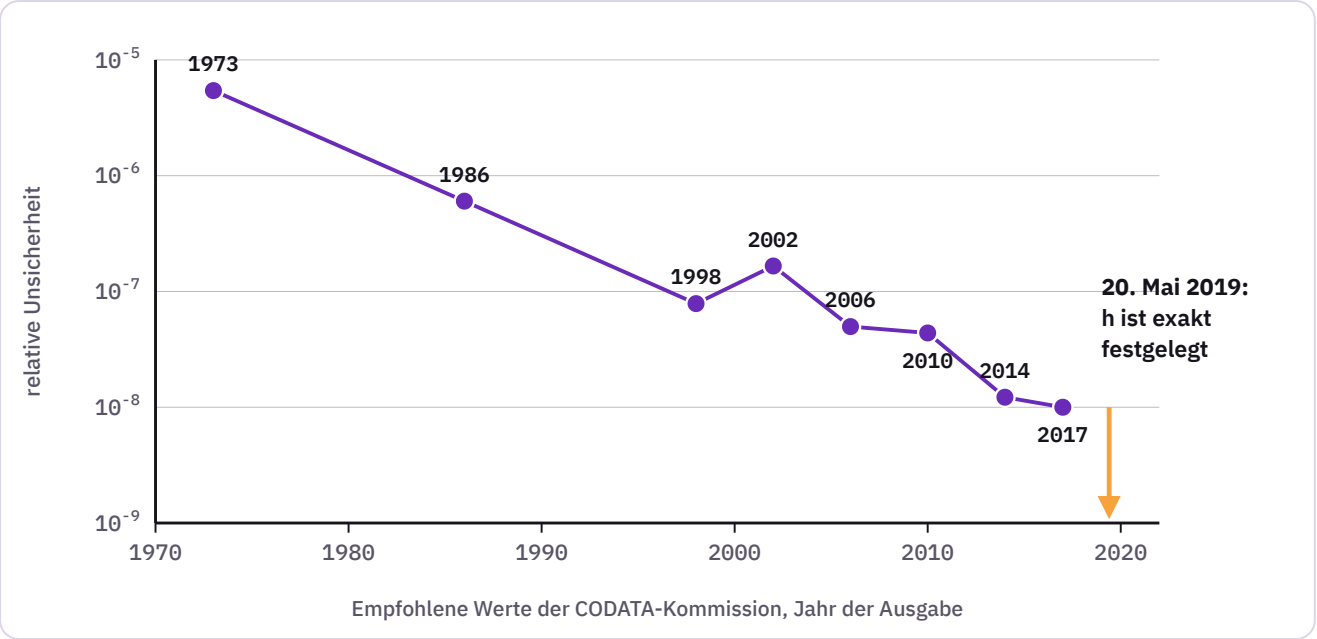


Abb. 1: Relative Unsicherheit der von der CODATA-Kommission empfohlenen Werte von *h*. 2002 wurde sie vorübergehend wieder größer. Eigene Berechnung und Darstellung nach [9],[1].

Wie man aus h ein Kilogramm macht

Für die Praxis braucht man ein Verfahren, das eine Masse mit *h* verbindet. Das wichtigste ist die Kibble-Waage, benannt nach dem Physiker Bryan Kibble, der die Idee hatte[10]. Sie arbeitet in zwei Schritten. Im ersten hält die Kraft einer stromdurchflossenen Spule in einem Magnetfeld dem Gewicht der Masse das Gleichgewicht. Im zweiten wird dieselbe Spule mit der Geschwindigkeit *v* durch dasselbe Magnetfeld bewegt, und man misst die Spannung, die dabei entsteht. Kombiniert man beide Messungen, fallen Magnetfeld und Spulenlänge heraus, und es bleibt eine einfache Gleichung, in der mechanische und elektrische Leistung gleichgesetzt werden[10]:

$$mgv = UI, \qquad K_J = \frac{2e}{h}, \qquad R_K = \frac{h}{e^2} \tag{4}$$

Hier ist *g* die Fallbeschleunigung am Ort der Waage. Spannung *U* und Strom *I* misst man mit zwei Quanteneffekten, die beide an *h* hängen: Spannungen über den Josephson-Effekt, Widerstände über den Quanten-Hall-Effekt[10]. Brian Josephson hatte den nach ihm benannten Effekt 1962 vorhergesagt[11],[12], Klaus von Klitzing fand den gequantelten Hall-Widerstand 1980[13] und erhielt dafür 1985 den Nobelpreis[14]. Am Ende steht die Masse als *h* mal Größen, die sich auf Frequenzen, Zeiten und Längen zurückführen lassen. Gute Kibble-Waagen erreichen Unsicherheiten von etwa $2 \cdot 10^{-8}$[15].

Der zweite Weg zählt Atome. Man fertigt aus einem Siliziumkristall, der fast nur aus dem Isotop Silizium-28 besteht, eine Kugel von etwa einem Kilogramm, vermisst ihren Durchmesser und den

Abstand der Atome im Kristallgitter und weiß dann, wie viele Atome sie enthält. Die Masse eines Silizium-28-Atoms ist im Verhältnis zu h sehr genau bekannt [10]. Eine solche Kugel ist rund 9,4 Zentimeter groß und enthält etwa $2{,}15 \cdot 10^{25}$ Atome (eigene Rechnung). An der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig wurden zwei solcher Kugeln vermessen, eine davon zusätzlich in Japan, mit sehr gut übereinstimmenden Ergebnissen. Die daraus bestimmte Avogadro-Konstante hatte eine relative Unsicherheit von nur $1{,}2 \cdot 10^{-8}$ [16]. Möglich ist das nur, weil die Halbleiterindustrie gelernt hat, nahezu perfekte Siliziumkristalle zu züchten [10]. Wie rein diese Kristalle sind, steht im Artikel über Halbleiter.

Die kleinsten Maßstäbe der Physik

Kombiniert man $\hbar$ mit der Lichtgeschwindigkeit c und der Gravitationskonstante G, ergeben sich Größen, die nach Planck benannt sind: die Planck-Länge von $1{,}616 \cdot 10^{-35}$ Metern, die Planck-Zeit von $5{,}39 \cdot 10^{-44}$ Sekunden und die Planck-Masse von $2{,}18 \cdot 10^{-8}$ Kilogramm [3]. Die Planck-Masse ist mit gut 20 Mikrogramm erstaunlich alltäglich, Länge und Zeit dagegen liegen weit jenseits allem, was sich messen lässt. Man vermutet, dass auf diesen Skalen die Quanteneffekte der Schwerkraft wichtig werden. Ob das stimmt, kann heute niemand sagen, denn eine Theorie der Quantengravitation gibt es noch nicht.

Planck hat seine Konstante 1900 eingeführt, um eine einzige Strahlungsformel zu begründen. Heute steht sie in jedem Physikbuch, regelt die Farben von Leuchtdioden, die Größe von Atomen und das Gewicht jedes Pakets auf der Post.

Quellen

1. Bureau International des Poids et Mesures (BIPM): *The International System of Units (SI).* 9. Auflage 2019, Fassung V4.01 vom Juni 2026, bipm.org/en/publications/si-brochure.
2. M. Planck: *Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum.* In: Annalen der Physik 309 (1901), S. 553–563, doi:10.1002/andp.19013090310.
3. P. J. Mohr, D. B. Newell, B. N. Taylor, E. Tiesinga: *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2022.* In: Reviews of Modern Physics 97 (2025), 025002, doi:10.1103/RevModPhys.97.025002; Werte abgerufen über physics.nist.gov/cuu/Constants.
4. R. A. Millikan: *A Direct Photoelectric Determination of Planck's „h".* In: Physical Review 7 (1916), S. 355–388, doi:10.1103/PhysRev.7.355.
5. N. Bohr: *On the constitution of atoms and molecules.* In: Philosophical Magazine 26 (1913), S. 1–25, doi:10.1080/14786441308634955.
6. L. de Broglie: *Recherches sur la théorie des quanta.* In: Annales de Physique, 10. Serie, Band 3 (1925), S. 22–128, doi:10.1051/anphys/192510030022.

7. E. H. Kennard: *Zur Quantenmechanik einfacher Bewegungstypen.* In: Zeitschrift für Physik 44 (1927), S. 326–352, doi:10.1007/BF01391200.
8. D. B. Newell u. a.: *The CODATA 2017 values of h, e, k, and N_A for the revision of the SI.* In: Metrologia 55 (2018), S. L13–L16, doi:10.1088/1681-7575/aa950a.
9. National Institute of Standards and Technology (NIST): *CODATA-Werte der Fundamentalkonstanten 1973, 1986, 1998, 2002, 2006, 2010 und 2014*, Archiv, physics.nist.gov (abgerufen am 28. Oktober 2026).
10. BIPM, Consultative Committee for Mass and Related Quantities: *Mise en pratique for the definition of the kilogram in the SI.* SI-Broschüre, Anhang 2, Fassung vom 7. Juli 2021, bipm.org.
11. B. D. Josephson: *Possible new effects in superconductive tunnelling.* In: Physics Letters 1 (1962), S. 251–253, doi:10.1016/0031-9163(62)91369-0.
12. Nobel Prize Outreach: *The Nobel Prize in Physics 1973*. nobelprize.org.
13. K. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper: *New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance.* In: Physical Review Letters 45 (1980), S. 494–497, doi:10.1103/PhysRevLett.45.494.
14. Nobel Prize Outreach: *The Nobel Prize in Physics 1985*. nobelprize.org.
15. I. A. Robinson, S. Schlamminger: *The watt or Kibble balance: a technique for implementing the new SI definition of the unit of mass.* In: Metrologia 53 (2016), S. A46–A74, doi:10.1088/0026-1394/53/5/A46.
16. G. Bartl, P. Becker, B. Beckhoff u. a.: *A new ^{28}Si single crystal: counting the atoms for the new kilogram definition.* In: Metrologia 54 (2017), S. 693–715, doi:10.1088/1681-7575/aa7820.

Zitiervorschlag

quanten.de: *Das Plancksche Wirkungsquantum: die Zahl, an der das Kilogramm hängt.* Stand: November 2026. URL: https://quanten.de/planckssches_wirkungsquantum.html

Texte und Abbildungen © 2026 quanten.de. Nutzung mit Quellenangabe und Link gern, kommerzielle Nutzung nach Absprache: info@quanten.de

Weiterlesen: Max Planck · Was sind Quanten? · Unschärferelation · Halbleiter